

## Задания очного этапа

### I Республиканской олимпиады по математике им. В. К. Смышляева

1. Пусть  $f(x)$  — квадратный трёхчлен с целыми коэффициентами. При этом  $f(\sqrt{3}) - f(\sqrt{2}) = 4$ . Найдите  $f(\sqrt{10}) - f(\sqrt{7})$ .
2. Сумма и произведение трёх попарно взаимно простых чисел делятся на 13. Может ли их сумма квадратов также делиться на 13?
3. Сколькими способами можно расставить натуральные числа от 1 до 9 в квадратной таблице  $3 \times 3$  так, чтобы сумма чисел в каждой строке и в каждом столбце была нечётна? (Числа могут повторяться)
4. Докажите, что если прямая  $a$  “входит” в окружность  $\omega(O, R)$ , т.е. проходит через точку  $M_1 \in \omega$  и не является касательной, то она и “выходит” из окружности, т.е. пересекает ее во второй точке  $M_2 \in \omega$ . (При доказательстве не использовать аксиому параллельных прямых)
5. В начале года  $\frac{1}{6}$  суммы денег вложили в первый банк, а оставшиеся деньги во второй банк. К концу года сумма вкладов стала равной 115 тысяч, а к концу второго года 445 тысяч. Если бы сначала  $\frac{1}{6}$  суммы вложили бы во второй банк, а остальные деньги в первый, то по истечении одного года получили бы 95 тысяч. Определите величину вклада через два года, если бы исходная сумма денег была бы целиком положена во второй банк?

