

Проректор по инновационной деятельности

«19» января 2026 г.

2026

Настоящая программа составлена в соответствии с Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, условиями их реализации, сроком освоения этих программ, образовательных технологий, Порядком приема на обучение по образовательным программам высшего образования – программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре и паспорта научной специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

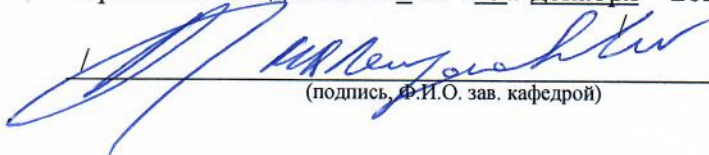
Программа разработана: заведующим кафедрой прикладной математики и информатики, доктором технических наук Петропавловским М.В.

(должность, Ф.И.О., ученая степень, звание автора(ов) программы)

Рассмотрена и одобрена на заседании кафедры
прикладной математики и информатики

(название кафедры)

протокол заседания № 3 от «29» декабря 2025 г.



(подпись, Ф.И.О. зав. кафедрой)

Содержание программы

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

1. Принцип максимума Понтрягина.

Оптимальное управление. Уравнение управления. Уравнение состояния. Сопряженное уравнение. Применение.

2. Методы Рунге-Кутты для решения задачи Коши.

Классический метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Прямые методы Рунге-Кутты. Решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

3. Случайные векторы.

Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения. Условные распределения. Случайные векторы. Начальные и центральные моменты случайных величин.

4. Вычислительный эксперимент.

Модель, алгоритм, программа. Построение модели. Этапы вычислительного эксперимента. Преимущества вычислительного эксперимента. Аналитическая и численная модель.

5. Основы вариационного исчисления.

Функционал. Экстремали, уравнение Эйлера. Уравнение Якоби. Вариации функционала. Слабая минимальность. Условие Лежандра-Клебша.

6. Краевые задачи для решения уравнений в частных производных 2-го порядка.

Граничные уравнения в уравнении колебания струны и в уравнении теплопроводности. Краевые условия для эллиптических уравнений. Уравнение Лапласа. Граничные условия Дирихле, граничные условия Неймана. Постановка краевой задачи.

7. Имитационное моделирование.

Модель, эксперимент. Причины перехода к моделированию. Разновидности имитаций. Виды имитационного моделирования. Системы имитационного моделирования.

8. Языки программирования высокого уровня.

Особенности, преимущества. Трансляция программ. Переносимость. Примеры. Структурное и функциональное программирование. Объектно-ориентированное программирование.

9. Пространство интегрируемых функций.

Мера, полнота, плотность. Нормированные пространства. Евклидова норма. Измеримость. Норма пространства интегрируемых функций.

10. Статистические критерии.

Решающие правила. Гипотеза, альтернативная гипотеза. Уровень значимости. Ошибки первого и второго рода. Критическая область. Критерии согласия. Критерии Пирсона, Колмогорова, Колмогорова-Смирнова.

11. Технология программирования.

Системный анализ. Проектирование. Тестирование. Сопровождение. Макетирование. Эволюционная стратегия. Оценка программного продукта.

12. Организация сетей ЭВМ.

Стек протоколов. Виды классификаций. Методы и доступ к сети. Топология сетей.

13. Закон больших чисел.

Теоремы Бернулли, Чебышева, Ляпунова. Центральная предельная теорема. Сходимость по вероятности, сходимость по распределению.

14. Дифференциальные и интегральные операторы.

Дифференцирование и интегрирование. Дифференциал. Геометрический и физический смысл. Основные правила. Частные производные. Непрерывно дифференцируемые функции.

15. Преобразование Фурье и Лапласа.

Прямое и обратное преобразование Фурье. Прямое и обратное преобразование Лапласа. Дискретные преобразования. Разложение функций по базису. Гармонический и спектральный анализ.

16. Дисперсионный анализ.

Однофакторная дисперсионная модель. Случайные воздействия. Внутригрупповое и общее среднее. Остаточная дисперсия. Основное равенство дисперсионного анализа. многофакторная дисперсионная модель.

17. Вычислительные методы линейной алгебры.

Системы линейных уравнений. Метод простой итерации, метод Зейделя. Метод наискорейшего спуска. Факторизация матриц (LU, QR).

18. Метод наименьших квадратов (МНК).

Среднеквадратическое отклонение. Система уравнений МНК. Обусловленность системы. Линейная и полиномиальная регрессия. Свойства оценок.

19. Принципы математического моделирования.

Вариационный принцип. Аналогии. Иерархический подход. Принцип суперпозиции. Нелинейность. Требования к модели. Цикл жизни модели.

20. Выпуклые задачи на минимум.

Выпуклая функция. Одномерная минимизация. Минимизация в конечномерном пространстве. Методы нулевого, первого и второго порядка. Условная минимизация. Барьерные и штрафные функции.

21. Математическое программирование.

Задачи математического программирования. Дискретное и целочисленное программирование. Нелинейное и линейное программирование. Динамическое и стохастическое программирование. Симплекс-метод. Принцип Беллмана.

22. Устойчивость математических моделей.

Корректность и адекватность. Определения устойчивости. Линейность и нелинейность. Некорректные задачи.

23. Метрическое и нормированные пространства.

Метрика. Свойства метрики. Неравенство Минковского. Построение метрических пространств. Примеры метрических пространств. Пространство непрерывных функций.

24. Методы исследования математических моделей.

Методы подобия. Анализ размерности. Принцип максимума и теорема сравнения. Метод осреднения. Численные решения.

25. Интегральные уравнения.

Уравнения Вольтерра и Фредгольма. Решение уравнения Вольтерра 2-го рода методом квадратур. Решение уравнения Фредгольма 1-го рода методом регуляризации, 2-го рода методом замены ядра на вырожденное.

26. Точечные и интервальные оценки.

Свойства точечных оценок. Метод моментов. Метод наибольшего правдоподобия. Доверительные интервалы и области. Точечные и интервальные оценки параметров нормального распределения.

27. Корреляционный и регрессионный анализ.

Задача корреляционного анализа. Корреляционная зависимость. Коэффициент корреляции. Задача регрессионного анализа. Регрессионная кривая и метод наименьших квадратов. Индекс корреляции. Остаточная дисперсия.

28. Методы статистического описания.

Частота. Полигон. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Выборочные квантили. Выборочные характеристики и их распределения. Асимптотические свойства выборочных моментов.

29. Вероятность.

Классическое определение вероятности. Аксиоматика теории вероятности. Условная и полная вероятность. Формула Байеса. Совместность и независимость событий.

30. Численное решение систем дифференциальных уравнений.

Одношаговые методы. Явные и неявные методы. Методы Эйлера. Многошаговые методы. Методы Адамса.

31. Мера и интеграл Лебега.

Понятие меры. Свойства меры. Измеримые множества и функции. Интеграл Лебега. Эквивалентные функции. Простые функции. Свойства интеграла Лебега, теорема Лебега. Сравнение интегралов Лебега и Римана.

32. Численное дифференцирование и интегрирование.

Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Дифференцирование по интерполяционным формулам. Методы прямоугольников, трапеций, парабол. Оценки погрешностей.

33. Теория игр.

Основные понятия. Игра с нулевой суммой. Стратегия игрока. Оптимальная стратегия. Активная стратегия. Игры с природой.

34. Системы массового обслуживания (СМО).

Одноканальная СМО с отказами. Основные параметры СМО. Уравнение Колмогорова. Многоканальная СМО с отказами. СМО с неограниченной и ограниченной очередью.

Критерии оценки

Вступительный экзамен проводится по билетам в соответствии с заявленной программой. Содержание экзамена в аспирантуру охватывает все минимальное содержание, установленное Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, условиями их реализации, сроком освоения этих программ, образовательных технологий. Экзамен проводится по экзаменационным билетам, включающим 2 вопроса из программы вступительных испытаний и 1 – собеседование по научным публикациям поступающего (по реферату при отсутствии публикаций).

Для определения качества ответа на вступительных экзаменах при поступлении в аспирантуру учитываются следующие критерии: соответствие теме; полнота раскрытия вопроса, подкрепление теоретических положений примерами; правильность фактического материала; научный уровень; логическая последовательность изложения материала; знание терминологии; степень осознанности понимания изученного; правильное речевое оформление (научный стиль изложения, соответствие нормам современного литературного языка).

Вступительные испытания по программам подготовки научных и научно-педагогических кадров оцениваются:

80-100 баллов - отлично,

60-79 баллов – хорошо,

40-59 баллов – удовлетворительно;

Ниже 40 баллов – неудовлетворительно

Отлично	Ответ полный и развёрнутый. Просматривается понимание существа проблемы и путей её решения. Продемонстрированы умения выделять существенные признаки понятий и причинно-следственные связи явлений; умения включаться в дискуссию, аргументировать свою позицию, выражать отношение к тем или иным точкам зрения. Ответ структурирован, логичен, терминологически обоснован, умеет тесно увязывать теорию с практикой. Речь коммуникативно целесообразная.
Хорошо	Ответ в целом полный и аргументированный. Прослеживается умение выделять главное и существенное, анализировать разные точки зрения на проблему, при этом не всегда чётко аргументирована собственная позиция. Ответ выстроен логически верно, выявлены существенные признаки понятий, явлений, дана их чёткая интерпретация, сделаны обоснованные выводы. Речь коммуникативно целесообразная.
Удовлетворительно	Ответ в целом раскрывает содержание вопроса, но допущены существенные отклонения от темы, Прослеживается понимание заявленной проблемы, но при этом обнаруживается недостаточная последовательность и логичность суждений. Допущены неточности в раскрытии понятий, теорий, явлений. Прослеживается попытка анализировать информацию с разных точек зрения, но не делаются обоснованные выводы.
Неудовлетворительно	Ответ не полный, не аргументирован. Представлены разрозненные знания по существу вопроса. Допущены ошибки в определении понятий и их интерпретации. Обнаруживается фрагментарность изложения материала, нарушение логики представления понятий, явлений, теорий. Ответ требует

	уточнения и коррекции. Не получены ответы по основополагающим вопросам дисциплины. Речь отличается коммуникативно нецелесообразными проявлениями.
--	---

Оценка ответов на вступительном экзамене проводится экзаменационной комиссией, действующей на основании приказа.

Минимальное количество баллов не может быть изменено в ходе приема.

Максимальное количество баллов за вступительный экзамен – 100 баллов, минимальное количество – 40 баллов.

Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Калиткин Н.Н. Численные методы. БХВ-Петербург, 2011. 592 с.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. Либроком, 2011. 488 с.
3. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Классический университетский учебник, 2012. 400 с.
4. Колобашкина Л.В. Основы теории игр. Бином. Лаборатория знаний, 2011. 168 с.
5. Иванова Г.С. Технология программирования. КноРус, 2011. 336 с.
6. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. ФИЗМАТЛИТ, 2011. 384 с.
7. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. В 3-х частях. Лань, 2012.

Дополнительная литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Функциональный анализ. М.: Наука, 1984.
2. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Сов. радио, 1972.
3. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М.: Физматлит, 1997.
4. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 816 с.
5. Самарский А.А. Введение в численные методы. 2009. 288 с.
6. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981.
7. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. АСТ, Астрель, 2006. 992 с.
8. Сигал И.Х., Иванова А.П. Введение в прикладное дискретное программирование. ФИЗМАТЛИТ, 2007. 304 с.
9. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. Невский Диалект, БХВ-Петербург, 2004. 816 с.
10. Алиев Р.Г. Уравнения в частных производных. Экзамен, 2005. 320 с.
11. Введение в математическое моделирование / под ред. П. Трусова. Университетская книга, Логос, 2007. 440 с.